

文章编号: 1000-8055 (2005) 02-0177-05

一种近壁理论湍流模型初探

赵吕顺, 王丹华, 叶建, 陆利蓬

(北京航空航天大学 航空发动机气动热力国防科技重点实验室, 北京 100083)

摘要: 在传统的 $k-\epsilon$ 湍流模型基础上, 在近壁区放弃求解 ϵ 方程而代之以根据共振三波理论模型在近壁区系统计算的 ϵ 值构成封闭, 通过对NACA 0012 二维翼形流场的计算, 初步验证并适当修正了新的理论模型, 由于注意到了理论模型计算结果的无量纲性, 从而改善了该流场的计算结果, 得到了与实验更为相符的 C_p 分布。本文的分析还表明, 逆压力梯度对 ϵ 的影响非常显著, 验证了理论分析和计算得到的结论。

关键词: 航空; 航天推进系统; 湍流; 理论模型; 近壁区

中图分类号: V 211.1

文献标识码: A

Initial Study of a Theoretical Near-Wall Turbulence Model

ZHAO L üshun, WANG Dan-hua, YE Jian, LU Lipeng

(National Key Laboratory of Aircraft Engines,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: Based on the classic $k-\epsilon$ turbulence model, ϵ equation is replaced by a theoretical model which formed a near-wall turbulence model. The calculation of the 2-D NACA 0012 airfoil in low Reynolds number flow field validated the theoretical model. The non-dimensional property of the result obtained from the theoretical model improves the calculation, so the distribution of C_p agrees better with experimentation. The analysis shows that the effect of converse pressure gradient on ϵ is prominent, and it validates the result of theoretical and numerical computation.

Key words: aerospace propulsion system; turbulence; theoretical turbulence model; near-wall region

湍流边界层的近壁区是许多重要湍流现象的首发区, 它对整个边界层湍流的发生、发展和维持都有重要的作用, 在科学研究和工程实践中有许多问题, 要求直接将模型方程积分到固壁边界, 由于壁面以及粘性的作用使得该区域的流动处于低雷诺数状态, 湍流运动的各种尺度以及输运、耗散特性等都明显不同于充分发展湍流, 表现出很强的不均匀性和各向异性。近壁区内流动的特性, 使得适用于高雷诺数的湍流模型不能正确模拟近壁流动,

因此, 近壁区湍流模型也成为了湍流模式理论的一个重点研究课题。

在近壁区, 由于强烈的粘性作用, 流动处于准层流状态, 小尺度湍流脉动被抑制, 湍流运动具有一种大尺度相干结构, 研究结果表明这种湍流运动是以波的形式存在^[1, 2]。根据流动稳定性理论, 采用不稳定波模型对湍流相干结构的理论研究得到了实验的验证, 取得了许多有意义的成果^[3~5], 近年来采用该理论模型对近壁湍流输运特性的研究取

收稿日期: 2004- 03- 18; 修订日期: 2004- 07- 02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10172016, 50476004); 国家自然科学基金重点基金资助项目 (50136010)

作者简介: 赵吕顺 (1979-), 男, 四川绵阳三台人, 北京航空航天大学能源与动力工程学院硕士生, 主要从事航空宇航推进理论与工程研究

得了新的进展^[6,7]。文献[7]根据以往的研究结果,采用对称共振三波模型描述相干结构,对近壁区零压力梯度下 Reynolds 应力输运方程和湍能耗散率输运方程进行了系统的计算,得出了与直接数值模拟基本符合的理论结果。

鉴于以上分析,本文在文献[7]的基础上对湍能耗散率 ϵ 的值进行修正,然后在传统的 k - ϵ 模型基础上,在近壁区放弃求解 ϵ 方程而代之以本文计算的 ϵ 构成封闭,对NACA 0012 二维翼形流场进行计算,对新的理论模型进行了验证和分析,为近壁湍流模型的进一步研究打下了基础。

1 数学模型

在湍流边界层的近壁区,瞬时的速度和压力可分解为:

$$u = U + \tilde{u}, \quad p = P + \tilde{p} \quad (1)$$

其中 U, P 为平均量, $\tilde{u}$ 和 $\tilde{p}$ 为湍流扰动量,它们是由一个二维波和一个对称的三维波组成。设各扰动量有如下形式:

$$u = u_1(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \cos \beta z + u_2(y) e^{2i(\alpha x - \omega t)} + C.C \quad (2)$$

$$p = p_1(y) e^{i(\alpha x - \omega t)} \cos \beta z + p_2(y) e^{2i(\alpha x - \omega t)} + C.C \quad (3)$$

其中: $C.C$ 为共轭复数, α, β 和 ω 分别为扰动波的流向波数、法向波数和频率。上述各扰动量可以由 Orr-Sommerfeld (O-S) 方程、扰动速度的法向涡量方程、连续方程和扰动压力方程联立得出,具体过程可参见文献[5, 8]。

对于湍动能:

$$k = 1/2 (\overline{uu} + \overline{vv} + \overline{ww})$$

其中:

$$\overline{uu} = 2u_1 u_{1c} \cos^2 \beta z + u_2 u_{2c}$$

$\overline{vv}$ 和 $\overline{ww}$ 项可以仿照写出。

对于耗散率:

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$$

其中 ϵ_1 为:

$$\begin{aligned} & [(2\alpha^2 u_1 u_{1c} \cos^2 \beta z + 8\alpha^2 u_2 u_{2c}) + \\ & (2u_1 u_{1c} \cos^2 \beta z + 2u_2 u_{2c}) + \\ & 2\beta^2 u_1 u_{1c} \sin^2 \beta z] \end{aligned}$$

ϵ_2 和 ϵ_3 项也可以仿照写出。

2 计算网格及定解条件

图1所示为模型算例的计算域和网格,所选取

的为NACA 0012 翼型。为简化计算过程,本文之计算了具有高度对称性的0 攻角流场。CFD 程序采用C 形网格对流场进行网格划分,并通过修改膨胀系数的方法来对计算较为复杂的近壁区流场进行有效地加密。

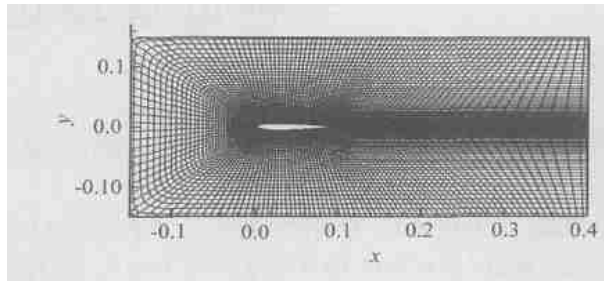


图1 模型算例的计算域及网格

Fig. 1 Calculation field and meshing

定解条件如下:

(1) 入口边界: k 值在无实测值可依据时,可取为来流的平均动能的一个百分数,入口的 ϵ 可按 $\epsilon_P = C_{\mu}^{3/4} k_P^{3/2} / k y_P$ 计算,其中分母可按混合长度理论确定。当计算区域内湍流运动很强烈时,入口截面上 k, ϵ 取值对计算结果影响不大。

(2) 出口条件: k, ϵ 的边界条件可按坐标局部单向化方式处理。

(3) 固体壁面: 与壁面平行的流速 u , 在壁面上取 $u_w = 0$; 与壁面垂直的速度 $v, w = 0$; 对于 k , 取 $(\partial k / \partial y)_w = 0$; 对于 ϵ , 原程序按 $\epsilon_P = C_{\mu}^{3/4} k_P^{3/2} / k y_P$ 计算; 本文在此处采用了共振三波理论模型计算的 $y^+ - \epsilon$ 分布关系,按照原程序计算的 y^+ 值对 ϵ 进行插值,并将结果代入原程序计算。

(4) 初场: 按入口条件给出均匀场。

3 计算结果分析

本文采用文献[9]所附的 k - ϵ 方程源程序,计算了图1所示的二维翼形流场。从文献[10]中可得到0 攻角, $Ma = 0.3$, $Re = 1.85 \times 10^6$, NACA 0012 翼型的二维实验测量结果(翼型表面的压力系数 C_p 分布),为了进行比较,计算中所选取的条件与实验条件完全相同。

由于文献[7]得到的理论结果是无量纲化的 ϵ^+ 沿 y^+ 方向的分布关系,而本文所采用的原 k - ϵ 程序中采用的是有量纲的 ϵ ,因此,本文根据文献[11]给出的 ϵ 无量纲公式:

$$\epsilon^+ = \gamma \epsilon / u_\tau^4 \quad (4)$$

式中: γ 是粘性系数, u_τ 是壁面摩擦速度, ϵ 是有量纲的耗散率,将原 k - ϵ 模型计算的 ϵ 结果无量纲化,

得到其沿 x 轴方向 (近壁第一站点) 的分布关系 (图 2a)。

根据无量纲公式 (4), 本文按原程序计算的 y^+ 插值, 得到了理论计算的 ϵ^+ 沿 x 轴分布关系 (图 2b)。

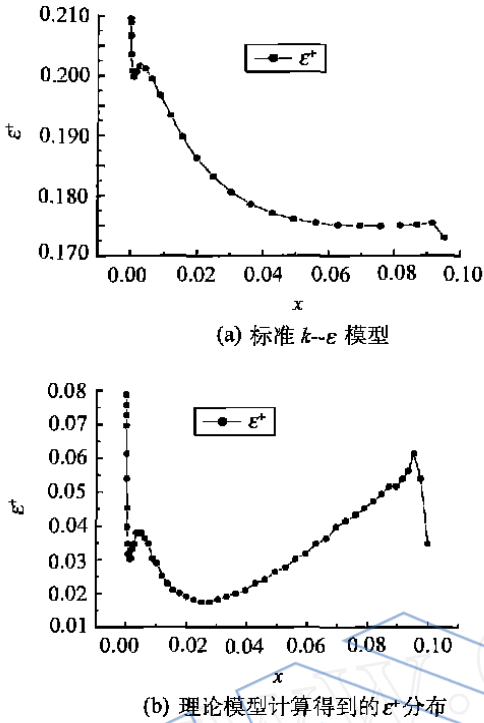


图2 两种模型计算的 ϵ^+ 分布
Fig 2 Distribution of ϵ^+

比较图2 (a) 和图2 (b) 可知, 理论计算在 $y^+ > 10$ 明显小于标准 $k-\epsilon$ 模型得到的计算结果。将该结果有量纲化后取代原程序中的 进行计算, 得到的计算结果与原程序相比, 明显偏大, 效果很不理想。究其原因, 是由于在 $y^+ > 10$ 后, 理论值衰减过快所致。为了得到更为理想的结果, 本文对 $y^+ > 10$ 的理论分布进行了初步修正。最后得到了新的理论分布:

$$\epsilon^+ = \sin \left[\frac{0.3 \ln y^+}{\sqrt{y^+}} \right] - 0.2 \tag{5}$$

修正前后的 ϵ^+ 沿 y^+ 分布关系如图 3 所示。

为了验证修正的合理性, 本文取了和有量纲计算一样的算例, 按原程序得到的 y^+ 对修正后的 ϵ^+ 分布进行插值, 并将得到的结果代入原程序取代 $k-\epsilon$ 模型的壁面函数进行计算。计算结果如图 4, 并将原程序计算结果与之比较, 可以清楚的看到, 修正后, 理论模型计算结果与 $k-\epsilon$ 模型计算结果符合得相当好, 只是耗散率 (ϵ) 和湍动能 (k) 出现了轻微偏差, 本文分析认为, 这是由于压力梯度 (尤其

是逆压力梯度) 对 ϵ^+ 分布的影响造成的。NACA 0012 翼型流场是一个很典型的变压力梯度流场, 而本文只是将零压力梯度下的 ϵ^+ 不做任何修正代入程序进行计算, 这显然是不合理的。但是, 因为压力梯度对 ϵ^+ 影响的理论研究还很不明朗, 本文不能定量的对 ϵ^+ 在翼型各处进行修正。因此, 本文的后续研究有待于压力梯度对湍流特性影响的理论研究的突破进展。

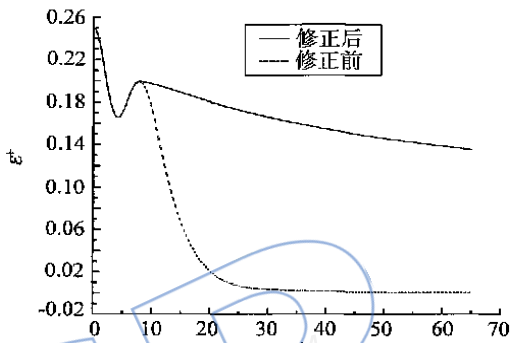


图3 ϵ^+ 修正前后的分布
Fig 3 Distribution of ϵ^+ original and new

将文献 [12] 中计算的结果和同等条件下标准 $k-\epsilon$ 模型计算结果与本文结果相比可以得出, 本文计算的耗散率 (ϵ) 和湍动能 (k) 更加薄, 也更加接近 $k-\epsilon$ 计算的结果。这说明本文的计算结果是可取的。分析其原因, 本文认为, 文献 [12] 中, 没有考虑到耗散率 (ϵ) 有量纲值与无量纲值的非线性关系, 而是将他们做了线性的转化, 虽然其在各个位置都做了修正, 其计算结果与原模型计算结果相比符合也不是很理想。而实际上, 由无量纲公式 (5) 可知, ϵ^+ 不仅与耗散率 ϵ 和粘性系数 γ 正相关, 还与壁面摩擦系数 u_τ 的 4 次方成反比。 u_τ 是近壁区衡量湍流脉动速度的典型尺度^[11], 由于在压力梯度 (尤其是逆压力梯度) 作用下, 近壁湍流的脉动速度与无压力梯度相比发生变化, 所以相应的 u_τ 值也会随之变化。因此, 表现出在不同的流向位置, ϵ^+ 与 y^+ 存在明显的非线性关系。本文正是考虑到了 u_τ 的影响, 才在文献 [12] 的基础上改善了计算结果。

图 5 为本文理论计算的翼型表面压力系数分布曲线, 为了比较, 同时给出了文献 [12] 的计算结果以及参考文献 [10] 的实验结果, 从图中可以发现, 本文理论计算结果与实验结果更为相符。

由图 5 可知, 在翼形前缘和后缘处, 压力梯度都各近似为一常数, 这表明, 该处 (翼型近壁区) 的

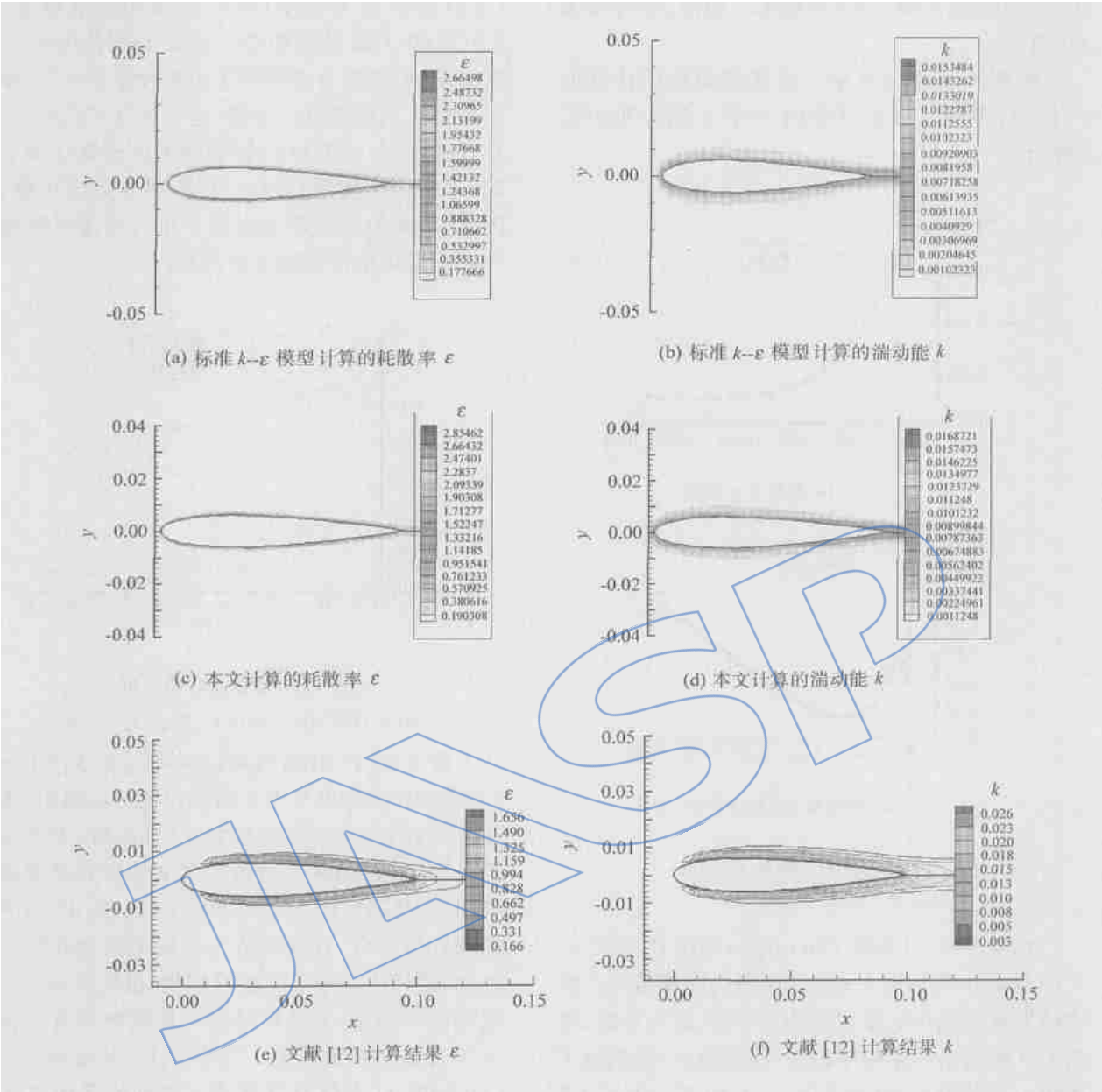


图4 ϵ , k 计算结果比较

Fig 4 Comparison two models' calculation results

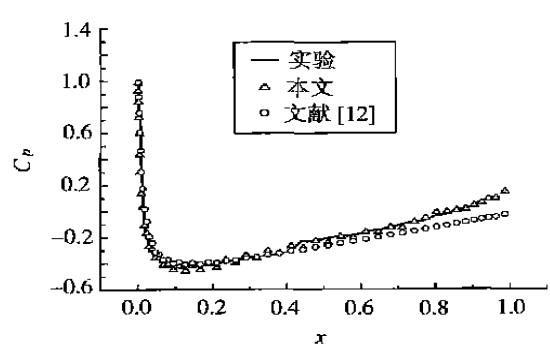


图5 实验结果与理论结果比较 (压力系数 C_p)

Fig 5 Comparison experimentation and calculation (C_p)

ϵ 与 y^+ 分布关系可以看作某一顺压力梯度和某一逆压力梯度下 ϵ 沿 y^+ 的分布关系。将翼型前缘(典型顺压)和后缘(典型逆压)处的近壁第一站点计算所得压力梯度对 ϵ 分布的影响(见图6),该图表明,逆压力梯度将使 ϵ 偏大,这种现象在 y^+ 越大时越明显(本文主要探讨了 $20 > y^+ > 10$)。这与理论研究得到的逆压力梯度对 ϵ 的影响结论是一致的。在近壁区(粘性底层),摩擦速度 u_τ 几乎全部由紊流涡产生^[11],即在逆压力梯度作用下,紊流涡逐渐扩大,相应地, u_τ 也必将增长,结合无量纲公式(5),耗散率 ϵ 呈放大趋势是很显然的。

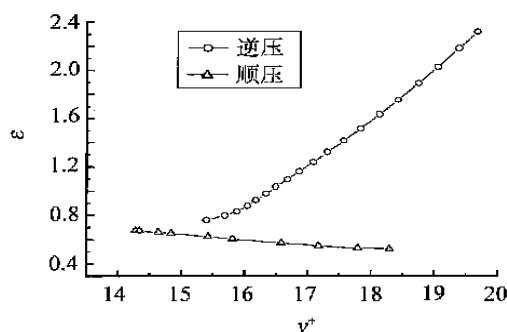
图6 压力梯度对 ϵ 分布的影响

Fig. 6 Influence to distribution of ϵ by pressure gradients

4 结 论

本文通过对二维翼形NACA 0012 低雷诺数流场的数值计算和分析,初步验证了基于流动稳定性理论的共振三波湍流模型。由于注意到了理论模型计算结果的无量纲性,从而改善了该流场的计算结果,得到了与实验更为相符的 C_p 分布。本文的分析还表明,逆压力梯度对 ϵ 的影响非常显著,验证了理论分析和计算得到的结论。

参考文献

- [1] 周恒 平板湍流边界层底层的不稳定波[J]. 力学学报, 1988, 20: 481~488
Zhou Heng Instability Waves in the Wall Region of a Turbulent Boundary Layer on Flat Plate[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1988, 20: 481~488

- [2] Kim J, Hussain F. Propagation Velocity of Perturbations in Turbulent Channel Flow [J]. *Phys Fluids*, 1993, A 5 (3): 695~699
- [3] LUO Ji-sheng, ZHOU Heng. A Theoretical Model of the Coherent Structures in the Wall Region of a Turbulent Boundary layer [J]. *Appl Math. and Mech.*, 1993, 14: 995~1001
- [4] Zhou Heng, Xiong Zhongmin. On the Mechanism for the Generation of the Coherent Structures in the Wall Region of a Turbulent Boundary Layer [J]. *Science in China*, 1995, 38 (2): 188~192
- [5] Zhou Heng, Lu Lipeng. The Effect of Pressure Gradient on the Coherent Structures in a Turbulent Boundary Layer [J]. *Science in China*, 1997, 27 (4): 441~448
- [6] 周恒 湍流边界层近壁区传热问题 [J]. 中国科学, A 辑, 1998, 28 (6): 529~534
Zhou Heng Heat Transferring in the Near-Wall Region of the Turbulent Boundary Layer [J]. 1998, 28 (6): 529~534
- [7] LU Lipeng, Chen Maozhang. A Theoretical Model for Reynolds-Stress and Dissipation-Rate Budgets in Near-Wall region [J]. *Science in China*, 2000, 43 (2): 199~204
- [8] Chen Maozhang, Bradshaw P. Calculation of Three-Dimensional Instability Modes in a Blasius Boundary Layer [J]. *AIAA J.*, 1984, 22 (2): 301~303
- [9] Ferziger J H, Peric M. Computational Methods for Fluid Dynamics [M]. Berlin: Springer, 1996
- [10] Cook P H, McDonald M A, Fireman M C P. Experimental Data Base for Computer Program Assessment [J]. *AGARD - AR-138*, 1979
- [11] 陈矛章 粘性流体动力学基础 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1993
- [12] 叶建 二维翼型绕流流场数值研究 [D]. 北京: 北京航空航天大学, 2003